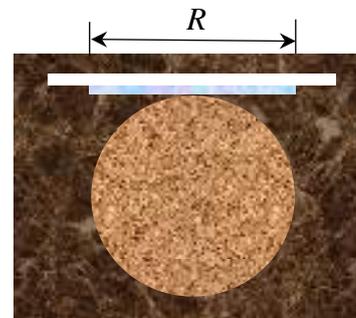


Время выполнения заданий — 240 минут.

Максимальное количество баллов — 100.

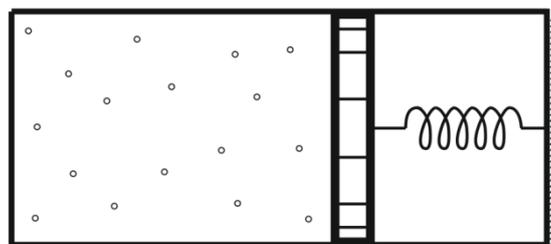
Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.

**Задача 1 (20 баллов).** Обнаружив неглубокое подземное круглое озеро радиуса  $R = 200$  м ученые провели высокоточные оптические измерения и установили, что кривизна поверхности воды в нем отличается от кривизны радиуса Земли. Причем так, что поверхность воды в центре озера расположена на  $\Delta h = 1$  мм ниже воображаемой сферы проходящей через края озера и имеющей радиус кривизны Земли. Эхолокация показала, что под озером находится сферическая неоднородность породы того же радиуса, что и само озеро. Центр неоднородности лежит точно под центром озера, и своим верхом она касается озера (см. рис). Найдите плотность материала неоднородности, считая, что плотность окружающих пород равна средней плотности Земли  $\rho = 5515$  кг/м<sup>3</sup>. Радиус Земли  $R_3 = 6400$  км.

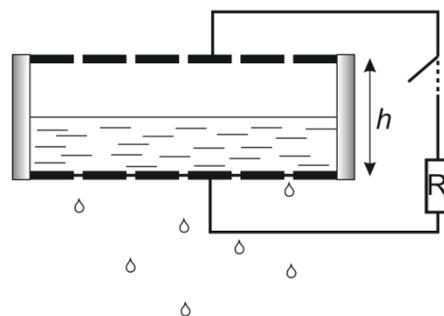


**Задача 2 (20 баллов).** Пружина с линейным законом растяжения от приложенной силы имеет в состоянии равновесия длину  $3R/2$ , а если к ней подвесить грузик, то длина пружины составит  $5R/2$ . Грузик положили на дно сферической гладкой неподвижной поверхности, а начало пружины закрепили на высоте  $2R$  над нижней точкой поверхности. Найдите период малых колебаний груза.

**Задача 3 (20 баллов).** Внутри горизонтального цилиндра находится смесь азота и гелия, запертая поршнем с давящей на него пружиной (см. Рис). В отсеке, где находится пружина, создан вакуум. Пружина не деформирована, когда поршень прижат к противоположному торцу цилиндра. Если в течение минуты пропускать ток  $I = 4$  А через сопротивление  $r = 1$  Ом расположенное внутри цилиндра, то температура смеси поднимается на  $\Delta T = 10$  °С после установления равновесия; за такое короткое время газ под поршнем не успевает обменяться теплом с окружающей средой. Из-за того, что материал стенок оказался проницаем для атомов гелия, через очень большой интервал времени он полностью улетучился из цилиндра, при этом объем газа сократился на 25%, имея температуру, вернувшуюся к исходному равновесному с окружающей средой значению. Найти количество азота в смеси. Пренебрегайте теплоемкостями стенок, поршня и сопротивления. Поршень перемещается без трения.



**Задача 4 (25 баллов).** В сосуде цилиндрической формы, у которого дно представляет из себя металлическую пластину с небольшими дырками, бока сделаны из стекла высотой  $h$  (малой по сравнению с радиусом сосуда), а крышка – такую же металлическую пластину с дырками, налит раствор поваренной соли, являющийся хорошо проводящим электролитом. Протеканию через дырки дна электролиту препятствует напряжение, которое создаётся противоположными зарядами на двух пластинах. Электролит заполняет половину сосуда. В некоторый момент замыкают цепь (см. рисунок), в которой присутствует очень большое сопротивление  $R$ . После этого электролит начинает медленно протекать через дырки в дне. С какой скоростью (отношение малых приращений изменения объёма электролита в сосуде к приращению времени,  $\Delta V/\Delta t$ ) будет происходить это протекание сразу после включения? Считать, что в электролите в каждый момент времени успевают установиться механическое равновесие; сопротивлением электролита пренебречь.



**Задача 5 (15 баллов).** Считая, что температура атмосферы не зависит от высоты, оцените температуру кипения воды на высоте 5 км. Известно, что падение давления насыщенных паров воды на 20% достигается понижением температуры паров на  $5.5^\circ\text{C}$ .